

L'ANALYTIC HIERARCHY PROCESS NELLO STUDIO DI VALUTAZIONE DELLA SENSIBILITÀ AMBIENTALE

(Luigi Fanizzi, ECOACQUE®)

L'AMC (Analisi Multicriteriale) rappresenta un'ampia famiglia di tecniche in grado di tener conto contemporaneamente di una molteplicità di aspetti propri del problema che si sta affrontando, sia qualitativi che quantitativi, facendo emergere i diversi punti di vista degli attori coinvolti (J-Malczewski, 1999). Nel presente studio, in particolare, viene mostrato come la tecnica dell'Analisi Gerarchica di Processo (Analytic Hierarchy Process o, in acronimo, AHP), appartenente all'AMC, consenta, prevalentemente, di assegnare una priorità ad una serie di alternative decisionali ovvero di mettere in relazione criteri caratterizzati da valutazioni qualitative e quantitative e, quindi, non direttamente confrontabili, combinando scale multidimensionali di misure in una singola scala di priorità (T. L. Saaty et Al., 1991). Il metodo si basa su una serie di confronti a coppie fra i criteri attribuendo ad essi un punteggio di importanza relativa e termina con l'assegnazione di un peso percentuale. Per la normalizzazione delle scale dei livelli di qualità, si procede con il metodo dei confronti a coppie, stimando i pesi/intensità relativi di ciascun elemento rispetto ad ogni altro. Siano $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, l'insieme degli "n" elementi appartenenti ad un generico livello di una struttura gerarchica e siano $W_1, W_2, W_3, \dots, W_n$, i loro corrispondenti pesi/intensità da attribuire agli elementi stessi rispetto al livello immediatamente superiore. Si definisce con $a_{ij} = W_i/W_j$ il peso relativo all'elemento i-esimo (indice relativo alle righe), rispetto all'elemento j-esimo (indice relativo alle colonne) e si costruisce la matrice quadrata $n \times n$, [A], detta dei confronti a coppie:

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_n
A_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{2n}
A_3	a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}	a_{3n}
.....
A_n	a_{n1}	a_{n2}	a_{n3}	a_{n4}	a_{nn}

E' facile dimostrare che per matrici di questo tipo (T. L. Saaty, 1996), valgono seguenti relazioni:

- $a_{ii} = 1$ (proprietà di simmetria);
- $a_{ij} > 0$ (assioma di positività);
- $a_{ij} = 1/a_{ji}$ (proprietà di reciprocità).

Un'altra condizione, nota come relazione di reciprocità, scaturisce dalla necessità di garantire la simmetria dei giudizi d'importanza:

$$a_{ik} = a_{ij} \cdot a_{jk} \Rightarrow a_{13} = W_1/W_2 \cdot W_2/W_3 \text{ (proprietà di consistenza)}$$

E' opportuno osservare che per la determinazione dei "pesi/intensità" W_i , per $i = 1, 2, \dots, n$, occorre procedere alla costruzione della matrice "A" sulla base di giudizi di stime proposti dagli specialisti che potranno utilizzare una scala appositamente predisposta. La **scala** utilizzata (D. Falcone et Al., 2009), per la magnitudine da assegnare ai **coefficienti di dominanza** (a_{ij}), nel metodo AHP è quella **semantica** (numerico/linguistica) **fondamentale delle importanze relative** (IR) di T. L. Saaty.

Magnitudo intensità d'importanza (numerale)	Giudizio (linguistico)	Spiegazione
1	Uguale importanza	I due elementi i e j contribuiscono alla stessa misura
2	Moderata importanza	L'esperienza ed il giudizio favoriscono leggermente l'elemento i rispetto a j
3	Essenziale importanza	L'esperienza ed il giudizio favoriscono chiaramente l'elemento i rispetto a j
4	Dimostrata importanza	La prevalenza dell'elemento i è dimostrata in pratica
5	Importanza assoluta	La prevalenza dell'elemento i è dimostrata con il livello massimo possibile di certezza
1,5 - 2,5 - 3,5 - 4,5	Valori d'importanza intermedia	Di un elemento rispetto all'altro (ove necessiti maggiore precisione)

Considerando, quindi, le enumerate proprietà, sarà necessario compilare solo metà della matrice (gli indicatori al di sopra della diagonale principale, effettuando $[n \times (n - 1)/2]$ valutazioni di confronto (gli indicatori sulla diagonale principale avranno un valore unitario e quelli al di sotto della diagonale saranno reciproci di quelli sopra). Si riporta, di seguito, l'elenco delle operazioni da seguire per la compilazione della matrice "A" dei confronti a coppie.

	A ₁	A ₂	...	A _n
A ₁	w ₁ /w ₁	w ₁ /w ₂	...	w ₁ /w _n
A ₂	w ₂ /w ₁	w ₂ /w ₂	...	w ₂ /w _n
....
A _n	w _n /w ₁	w _n /w ₂	...	w _n /w _n

Reciprocità: se per la comparazione di un elemento rispetto ad un altro è stato attribuito un valore da 1 a 5 occorre attribuire il suo reciproco alla comparazione del secondo elemento rispetto al primo.

Consistenza: la matrice così costruita non sarà generalmente consistente nel senso sopra indicato, quindi è necessario considerare un opportuno rapporto di consistenza al fine di accettare la matrice o chiedere un riesame da parte dello specialista. I dati contenuti nella matrice dei confronti a coppie sono utilizzati per derivare l'ordine delle priorità tra gli elementi ossia, in altri termini, una scala di pesi che esprime la preferenza finale degli elementi confrontati rispetto al criterio di riferimento. In termini matematici, cioè, la scala di priorità è un vettore di valori cardinali che esprime, per riga, le priorità fra gli elementi oggetto dei confronti a coppie. Questo vettore coincide con l'*autovalore* principale della matrice "A". Per estrarre tale vettore da quest'ultima, si deve risolvere il problema generale degli autovalori (T. L. Saaty et Al., 1991):

$$A \cdot p = \lambda_{\max} \cdot p$$

dove:

A = matrice dei confronti a coppie;

p = (p₁, p₂, ..., p_n)^T = autovettore;

λ_{max} = autovalore massimo.

Determinazione dei pesi/intensità: si costruisce una colonna aggiuntiva determinando le medie geometriche di ogni riga della matrice, quindi si normalizza all'unità la colonna delle medie geometriche.

Determinazione del rapporto di consistenza: Si costruisce una colonna moltiplicando ogni elemento del vettore pesi per la somma della colonna corrispondente della matrice A.

Si somma, quindi, alla colonna precedente per la stima dell'autovalore λ necessario per la determinazione dell'indice di consistenza, determinando l'indice di consistenza:

$$C.I. = (\lambda_{\max} - n)/(n - 1)$$

Determinando il rapporto di consistenza C.R. dividendo l'indice di consistenza C.I. per l'indice del rapporto di consistenza casuale (random consistency ratio) corrispondente alla matrice dello stesso ordine ricavabile (L. Fanizzi et Al., 2010) dalla funzione regressiva polinomiale ($R^2 = 1$; con $n =$ numero d'ordine matriciale, variabile da **3** a **10**):

$$\text{Indice Random (RI)} = -0,0004 \cdot n^4 + 0,0141 \cdot n^3 - 0,1936 \cdot n^2 + 1,2549 \cdot n - 1,8417$$

Se il valore di C.R. risulta dell'ordine del **10** % (magnitudo valore di soglia **s**) o meno la matrice e, quindi, il vettore dei pesi saranno accettati, fino ad un massimo, di tolleranza, del **20** % (per: $3 \leq n \leq 10 \Rightarrow s = 0,1305 \cdot \ln(n) - 0,0963$), mentre per valori superiori si dovrà richiedere una revisione della matrice.

	A1	A2	A3	Medie Geometriche	Vettore dei Pesi	Determinazione Autovalore λ
A1	1	0,500	0,250	0,500	0,136	0,955
A2	2	1	0,333	0,874	0,238	1,073
A3	4	3	1	2,289	0,625	0,990
Σ	7,000	4,500	1,583	3,663	1,000	3,018

$$\lambda_{\max} = 3,018; RI = 0,53$$

$$C.I. = (3,018 - 3)/(3 - 1) = 0,0090$$

$$C.R. = 0,0090/0,53 = 0,016 < s = 0,11$$

Assegnazione dei livelli di sensibilità alle Unità Territoriali e calcolo del VAI: noto, per l'Unità Territoriale il relativo peso livello che ne rispecchia la sensibilità per il competente indicatore, tramite la funzione Valore Ambientale Iniziale:

$$VAI_{f(x)} = P_i \cdot Q_{i(x)}$$

Ove:

i = indicatore subordinato al fattore f in esame;

$P_i = 0,25$ Peso dell'indicatore i ;

$Q_{i(x)}$ = Valore della funzione di qualità dell'indicatore, pari al valore medio pesato normalizzato corrispondente ai livelli di sensibilità;

x = U.T. presa in esame.

Si debba, per esempio, valutare, per la UT in esame, la funzione di sensibilità dell'indicatore "**qualità dei terreni**", del fattore suolo e sottosuolo ($P_i = 0,25$). Gli specialisti, con l'ausilio di tecnologia GIS, l'uso di carte tematiche ed indagini sul campo, hanno rilevato l'area in esame, così discretizzata. Ciascun indicatore ha, nella propria scala di sensibilità, un suo specifico numero di livelli, identificati da numeri interi progressivi che aumentano col crescere della qualità: da **1** ad **n**, ove **1** rispecchia, sempre, il livello di sensibilità più scadente ed **n** il livello di sensibilità ideale dell'indicatore dell'area.

Scala IR	Descrizione	U.T.i [%]
1	Roccia compatta (molto buona)	7,30
2	Roccia poco fratturata (buona)	7,73
3	Roccia fratturata/terreni incoerenti (discreta)	13,88
4	Terreni sciolti (scadente)	24,73
5	Torbe/Argille sotto consolidate (molto scadente)	46,37

Il passo successivo consiste nell'attribuzione di un valore normalizzato a ciascun livello della scala IR. Dalla colonna dei valori dei pesi normalizzati, evincendosi che $W_5/W_1 = 1/0,1574 = 6,3532 > 5$ occorre equilibrare i pesi con la funzione di equilibratura (L. Fanizzi et Al., 2002):

$$W_{ei} = 1 - \frac{(1 - W_i)}{[1 + (W_{MIN} - W_{min})]}$$

ove:

$W_{min} = 0,1574$ valore minimo della colonna dei pesi normalizzati;

$W_{MIN} = 1/5 = 0,20$ (valore minimo di scala IR).

U.T.i [%]	Valori Pesi Normalizzati W_i	Valore Pesi Equilibrati W_{ei}
7,30	0,157	0,200
7,73	0,167	0,201
13,88	0,299	0,328
24,73	0,533	0,552
46,37	1,000	1,000

Ne consegue la compilazione della seguente matrice dei confronti:

	1	2	3	4	5
1	1,000	0,996	0,610	0,362	0,200
2	1,004	1,000	0,612	0,363	0,201
3	1,640	1,634	1,000	0,594	0,328
4	2,762	2,752	1,684	1,000	0,552
5	5,000	4,981	3,049	1,810	1,000

MATRICE DEI CONFRONTI A COPPIE

Valore di lambda: $\lambda_{max} = 5$;

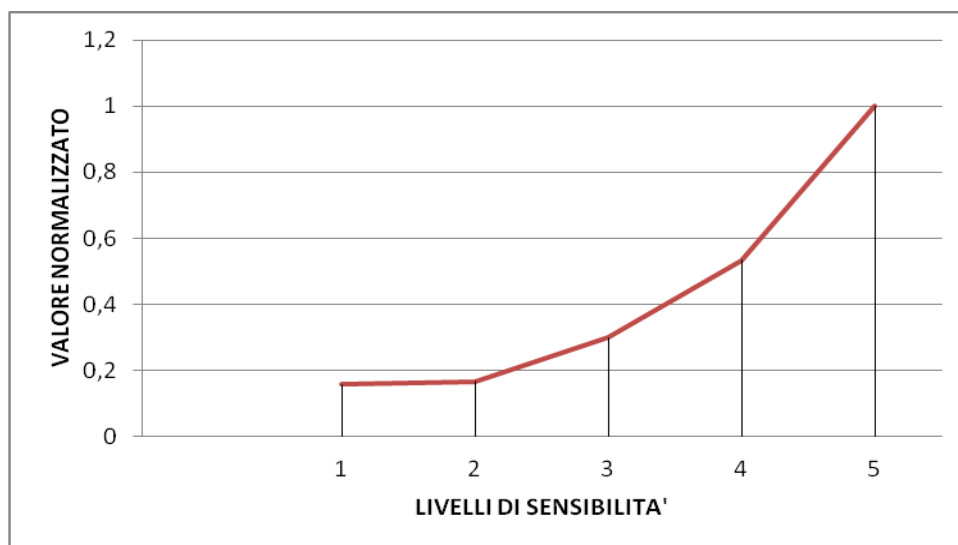
Indice di consistenza: **C.I.** = $0 < 0,10$;

Rapporto di consistenza: **CR** (%) = 0 ;

Matrice: **Consistente**;

Funzione sensibilità: $Q_{f(x)} = \sum W_i \cdot U.T.i \text{ [%]} / \sum W_i = 0,307$ (molto vicino alla moda: **0,299**);

Valore Ambientale Iniziale: $VAI_{f(x)} = P_i \cdot Q_{f(x)} = 0,25 \cdot 0,307 = 0,077$.



FUNZIONE DI SENSIBILITA'

BIBLIOGRAFIA

- [1] T. L. Saaty, L. G. Vargas (1991): "*The logic of priorities*", Vol. III, Ed. RWS Publications, Pittsburgh;
- [2] B. Galletta, M. A. Gandolfo, U. Iannazzi, G. P. Buti (1992): "*Un metodo per la valutazione di impatto ambientale*", Ed. DEI, Roma;
- [3] T. L. Saaty (1996): "*The analytic hierarchy process*", Ed. RWS Publications, Pittsburgh;
- [4] L. Fanizzi, S. Misceo (2002): "*Gli indici di qualità delle componenti ambientali abiotiche: aria, acqua e suolo*", *L'ambiente*, N. 6; Ed. Franco Ranieri, Milano;
- [5] L. Fanizzi e S. Misceo (2010) "*L'applicazione dell'analytic hierarchy process (AHP) nella valutazione ambientale iniziale (VAI)*", *L'Ambiente*, N. 3, Ed. ICS, Milano;
- [6] D. Falcone, F. De Felice, T. L. Saaty (2009): "*Il decision making e i sistemi decisionali multicriterio*", Ed. Ulrico Hoepli, Milano.
- [7] Malczewski J. (1999): "*Gis and multicriteria decision analysis*", Ed. John Wiley & Sons, New York.