



Analisi del moto uniforme in condotte a pelo libero: il caso delle sezioni circolari

Luigi Fanizzi, Ecoacque® (info@ecoacque.it)

Il convogliamento dell'acqua, mediante collettori a pelo libero (cosiddetti per il fatto che la parte superiore del contorno della corrente è a contatto con un aeriforme che, generalmente, è l'aria atmosferica), a sezione chiusa (cd *condotte*, differenti dai collettori a sezione aperta, cd *canali*), è certamente un metodo di trasporto molto antico. In prima ipotesi, nei problemi ingegneristici, di progetto e verifica, di questo particolare tipo di opere, il moto dell'acqua, si considera uniforme. Si ammette, cioè, che i caratteri cinematici della corrente, caratterizzata da traiettorie rettilinee e parallele, siano costanti nel tempo (trattasi, dunque, di un particolare *moto permanente*) e nello spazio (altezza idrica, velocità media nella sezione trasversale, portata e distribuzione della pressione nella stessa) come avviene, appunto, in una condotta, ad asse rettilineo, percorsa da una portata costante, in assenza di salti di fondo, curve o variazioni di sezione e da ogni altra possibile causa di perturbazione. Sotto questa ipotesi, la pendenza media motrice i_m , disponibile, per la realizzazione della condotta, data dal rapporto tra la differenza di quota Y e la distanza L , tra il punto di partenza e quello di arrivo, è esattamente pari alla pendenza piezometrica J (la corrente, cioè, presenta una superficie isobarica su cui la pressione relativa è uguale a zero), che rappresenta le dissipazioni energetiche per unità di lunghezza (G. De Marchi, 1986):

$$i_m = \frac{Y}{L} = \frac{\Delta H}{L} = J \quad (1)$$

L'identità $i_m = J$, costituisce l'equazione fondamentale del moto uniforme. L'ipotesi di moto uniforme è, naturalmente, semplificativa, tuttavia, in molti casi, in cui le portate sono pressoché costanti e la condotta presenta lunghi tratti di caratteristiche uniformi, tale ipotesi non risulta troppo distante dalla realtà (è quindi lecito considerare, condizioni di moto uniforme, per il dimensionamento dell'opera idraulica). Supponendo, quindi, che il moto sia uniforme ($i_m = J$) e turbolento ($Re \geq 4.000$; G. Alfonsi et Al., 1984), caratterizzato, cioè, da resistenze dovute, prevalentemente, alla turbolenza e non alla viscosità, la velocità media V è esprimibile dalla formula di A. Chézy (1770):

$$V = \chi \cdot \sqrt{R \cdot i} \quad (2)$$

Tipo di materiale	n [s/m ^{1/3}]	k _s [m ^{1/3} /s]
Plastica (PVC, PE e Vetroresina)	0,009	110
Calcestruzzo liscio	0,013	75
Calcestruzzo grezzo	0,017	60
Acciaio (flangiato o saldato)	0,012	85
Gres ceramico (Fibrocemento e Ghisa sferoidale)	0,014	70

Tabella 1 – Valori normali dei coefficienti di scabrezza (V. T. Chow; 1959).

dove R è il raggio idraulico (definito come rapporto tra l'area della sezione trasversale della corrente A , detta area bagnata, ed il perimetro bagnato della corrente P), h è l'altezza di moto uniforme della corrente, rispetto al fondo, e χ un coefficiente dimensionale di conduttanza (o di resistenza) che dipende dal raggio idraulico. Considerando l'equazione di continuità ($Q = A \cdot V = \text{costante}$), l'equazione (2) può essere riscritta in modo da esprimere la portata Q (D. Citrini et Al., 1987):

$$Q = A \cdot V = A \cdot \chi \cdot \sqrt{R \cdot i} \quad (3)$$

Se il numero di O. Reynolds (1883) è abbastanza alto ($Re \geq 4.000$) ed il moto può assumersi di tipo puramente turbolento, il coefficiente χ [m^{1/2}/s] può essere espresso in diverse forme monomie, di uso pratico quali, per esempio, le seguenti:

$$\chi = k_s \cdot [\Phi \cdot R]^{1/5} \quad \text{Gauckler-Strickler} \quad (4)$$

e

$$\chi = \frac{1}{n} \cdot [\Phi \cdot R]^{2/3} \quad \text{Manning} \quad (5)$$

dove i parametri k_s ed n (vedi **Tabella 1**), nel campo del moto puramente turbolento (per parametro di scabrezza, omogenea equivalente, $\epsilon \geq 2$ mm), dipendono dalle caratteristiche di scabrezza della superficie bagnata e Φ è un parametro di forma che, per le sezioni circolari, è pari ad 1 mentre è pari a 0,90, per le sezioni semicircolari (E. Marchi et Al.; 1981).

La progettazione delle condotte a pelo libero

La progettazione di questo tipo di opere consiste, essenzialmente, nella determinazione, assegnata la portata da convogliare, della pendenza e delle caratteristiche geometriche della sezione trasversale, cioè della sua forma e dimensioni, della canalizzazione lungo tutto il suo sviluppo longitudinale. Come si evince dall'equazione della portata (3), il dimensionamento di una condotta a pelo libero, si presenta come un problema idraulicamente indeterminato, in quanto esistono infinite possibili combinazioni di pendenza e dimensioni, compatibili con la portata che si vuole *collettare* (la condizione di moto uniforme, infatti, si riduce alla sola equazione di Chézy). In realtà, alcuni dati del problema, sono definiti in base a considerazioni meramente ingegneristiche, riducendone la complessità. Innanzi tutto la pendenza i , è scelta, generalmente, in modo che si discosti il meno possibile da quella media ($2\%_{00} < i < 20\%_{00}$; assegnando le pendenze più piccole, alle condotte più grandi), compatibilmente con l'andamento altimetrico del terreno, lungo il percorso da seguire. Per quanto riguarda la forma della sezione, ragioni di economia e di praticità, limitano la scelta a pochi casi semplici, nel caso di sezioni chiuse, per esempio, alla forma circolare ove alcune caratteristiche, di queste

sezioni, sono definite da considerazioni costruttive ($D_{\min} \geq 200$ mm). Il numero delle possibili soluzioni del problema del dimensionamento può essere ulteriormente ridotto, se si considerano alcuni vincoli atti a garantire condizioni di buon funzionamento dell'opera, sia da un punto di vista normale (Circolare Min. LL.PP. del 7 gennaio 1974, n. 11633, Del. Min. LL.PP. 4 febbraio 1977, All. 4 e DPCM 4 marzo 1996) che ingegneristico. Questi vincoli riguardano, generalmente, la velocità media dell'acqua. Anche considerando questi vincoli, il numero delle possibili soluzioni rimane alto e per rendere determinato il problema, è necessario assegnare una dimensione della sezione, per esempio l'altezza dell'acqua rispetto al fondo (per soddisfare vincoli di natura tecnico-urbanistica o di economia: *profondità di scavo, ingombro massimo*), oppure il rapporto tra l'altezza dell'acqua e la larghezza della condotta (per soddisfare vincoli di *massima efficienza idraulica* o di *minimo costo*). Poiché, generalmente, due dimensioni sono sufficienti a caratterizzare una sezione, in questo modo è possibile ricavare la dimensione rimanente, dall'equazione di moto uniforme (3). Scelta, dunque, la forma della sezione, si ipotizza il valore di una sua dimensione e si ricava, dall'equazione (3), il corrispondente valore della rimanente dimensione per la portata (Q), la pendenza (i) e la scabrezza assegnata (n o k_s).

La sezione circolare

Nel caso di sezioni semplici, come la sezione circolare, le caratteristiche geometriche sono facilmente esprimibili in funzione dell'altezza, h , rispetto al fondo. Nella **Tabella 2**, sono riportate le formule che esprimono, analiticamente, le caratteristiche geometriche principali della sezione circolare.

Nel caso delle sezioni semplici, come quella circolare, si può scegliere un approccio adimensionale che si basa sull'equazione (3) di Chézy. Se si usa una formula monomia, per il coefficiente di conduttanza c , le grandezze geometriche ed idrauliche che compaiono nella (3), possono essere raggruppate in un rapporto adimensionale F , funzione omotetica dell'altezza di moto uniforme, adimensionalizzata (h/D). Nel caso delle sezioni circolari, adottando la formula (4) di Gauckler-Strickler, la (3) può essere riscritta nella forma (G. Becciu et Al., 2005):

$$F = 0,0496 \cdot \frac{(\alpha - \sin \alpha)^{\frac{5}{3}}}{\alpha^{\frac{2}{3}}} \quad (6)$$

essendo

$$F = \frac{Q}{k_s \cdot D^{\frac{8}{3}} \cdot \sqrt{i}} \quad \text{con } \alpha = 2 \arccos(1 - 2 \cdot \phi_c) \text{ e } \phi_c = h/D \quad (7)$$

La relazione (6), consente di calcolare, in modo esplicito qualunque delle grandezze caratteristiche che compaiono nella funzione omotetica F , se le altre sono note ed il valore di ϕ_c è assegnato. Nel caso delle sezioni circolari, ϕ_c rappresenta il grado di riempimento della condotta, che, per il dimensionamento, è generalmente opportuno considerare pari a $0,7 \div 0,8$ e, quindi, al massimo: $\alpha = 4,4286$ rad. Per

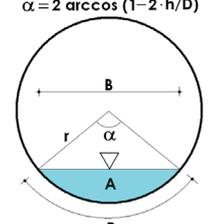
Tipo di sezione CIRCOLARE	Area bagnata A	Perimetro bagnato P	Larghezza pelo libero B
$\alpha = 2 \arccos(1 - 2 \cdot h/D)$ 	$\frac{D^2}{8}(\alpha - \sin \alpha)$	$\frac{D}{2} \cdot \alpha$	$D \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$

Tabella 2 – Area, perimetro e larghezza del pelo libero in funzione del tirante idrico in sezioni circolari.

tutti i problemi di progetto, nei quali sia richiesto di calcolare l'altezza di moto uniforme h , anche l'equazione (6), così come la (3), possono essere risolte utilizzando la formula, approssimata, seguente (G. Becciu et Al., op. già citata):

$$\phi_c = \frac{0,0045 + 1,160 \cdot F^{\frac{1}{2}} - 1,7667 \cdot F}{1 - 1,6153 \cdot F^{\frac{1}{2}} + 0,080 \cdot F} \quad (8)$$

Il massimo errore di stima di ϕ_c , con l'equazione (8), è minore dell'1% se si considera $0,05 \leq \phi_c \leq 0,92$. Per il dimensionamento di una condotta, assegnando, dunque, un valore di ϕ_c , si può utilizzare l'equazione (6) per calcolare la funzione omotetica F e, quindi, note le altre grandezze, il diametro D ed infine l'altezza di moto uniforme h e la velocità V . Oppure assegnato il diametro D si può utilizzare l'equazione (8) per calcolare, direttamente, ϕ_c e, quindi, l'altezza di moto uniforme h e la velocità media V . Combinando la (6) con l'equazione di continuità ($Q = A \cdot V = \text{costante}$), scritta in funzione di a , si ricava la seguente formula (G. Becciu et Al., op. già citata):

$$F_v = \frac{V^4}{k_s^3 \cdot Q \cdot i^{\frac{3}{2}}} = \frac{(\alpha - \sin \alpha)}{2 - \alpha^2} \quad (9)$$

con $\alpha = 2 \cdot \arccos(1 - 2 \cdot \phi_c)$.

Il massimo valore di F_v si ricava per $\alpha = \pi = 3,1416$ [rad], cioè per un grado di riempimento $\phi_c = 0,50$ ed è pari a $F_{v\max} = 1/(2 \cdot \pi) = 0,1591$ [rad]. Considerando dunque un valore assegnato di f_c si può ricavare la pendenza, i , della condotta, corrispondente ad un'assegnata velocità media V , dall'equazione (9) e, quindi, il diametro D , dall'equazione (7).

Velocità massime

Per quanto riguarda la velocità media V essa, in genere, deve essere compresa tra $0,6$ [m/s] e $0,9$ [m/s], per evitare la sedimentazione ($V_{\min} > 0,5$ m/s), nel caso di un carico elevato di solidi (S. Artina et Al., 1997). Il valore minimo della velocità, per evitare la crescita vegetazionale, è sufficiente che sia superiore a $0,75$ [m/s]. Nel caso di condotte non erodibili, si possono superare anche i 2 [m/s] ($V_{\max} < 5$ m/s), purché non vi siano pericoli di stabilità dell'opera. Nel caso di condotti di sezione circolare il rapporto ϕ_c di massima efficienza idraulica (rapporto, cioè, che rende la sezione del condotto di minima resistenza), deve risultare, come visto, $\phi_c = 0,5$. Poiché al crescere del raggio idraulico R , cresce la velocità media V , queste particolari sezioni consentono, a parità di area bagnata A , di ottenere la massima velocità e, quindi, anche la massima portata Q .

Questa velocità massima V_{\max} è ricavabile dalla (9):

$$V_{\max} = \left(F_{v\max} \cdot k_s^3 \cdot Q \cdot i^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{1}{4}} = 0,6316 \cdot k_s^{\frac{3}{4}} \cdot Q^{\frac{1}{4}} \cdot i^{\frac{3}{8}} \quad (10)$$

E rappresenta, per portata, pendenza e scabrezza assegnate, la massima velocità realizzabile in moto uniforme (*indipendente dalle dimensioni della condotta*).

Franco di progetto

Nel dimensionamento della sezione del condotto è necessario considerare un franco, tra pelo libero e generatrice superiore della sezione (per questioni di *sicurezza* e per *l'alimentazione d'aria* della corrente). Per condotte circolari chiuse, solitamente, si considera sufficiente un franco pari al $20\% \div 30\%$ (A. Paoletti, 1996).



PROBLEMI DI PROGETTO	PROBLEMI DI VERIFICA
Assegnati:	Nota la geometria del sistema, ossia:
1) La portata Q ;	1) Tracciato plano-altimetrico ($i = \Delta H/L$);
2) Il rapporto fra il dislivello geodetico ΔH e la distanza L (i);	2) La forma della sezione (circolare);
Si determina la geometria del sistema, ossia:	3) Le dimensioni della sezione (D);
1) Il tracciato plano-altimetrico ($i = \Delta H/L$);	4) La scabrezza del collettore (n o k_s);
2) La forma della sezione (circolare);	Si determinano:
3) Le dimensioni della sezione (D);	1) La portata Q corrispondente ad un'altezza idrica h di moto uniforme;
4) Il tipo di rivestimento del collettore (n o k_s);	2) L'altezza del tirante idraulico h corrispondente ad una portata Q di moto uniforme.

Tabella 3 – Dati e determinazioni nei problemi di progetto e verifica delle sezioni di condotte circolari.

La verifica delle condotte a pelo libero

La verifica idraulica di una condotta a pelo libero, consiste, essenzialmente, nella determinazione delle grandezze idrauliche che caratterizzano la corrente, che in essa scorre, note le caratteristiche geometriche della sezione e della pendenza media (vedi *Tabella 3*; G. Becciu, 2010). Orbene, i tipi di problemi di verifica sono, quindi, di due tipi:

- 1) Determinazione della portata Q e della velocità media V , corrispondenti ad un'altezza idrica h prefissata (cd *battente* o *tirante* idraulico);
- 2) Determinazione dell'altezza idrica h che si realizza con una portata Q prefissata.

In entrambi i casi, l'interesse è, in particolare, rivolto alla determinazione dei valori massimi delle grandezze idrauliche, che si possono verificare nella condotta. Nel caso di moto uniforme, il primo tipo di problema può essere risolto, direttamente, utilizzando le equazioni (2) e (3) di Chézy che, tradizionalmente, vengono denominate *scala delle velocità* e *scala delle portate* (nelle sezioni chiuse, la portata Q cresce fino ad un valore massimo e poi decresce così come anche la scala delle velocità, che presenta un punto di massimo, oltre il quale si ha una diminuzione della velocità media V ; vedi *Tabella 4* e *Figura 1*). Per le sezioni circolari il valore massimo della portata si ha per un'altezza idrica pari a $0,94 \cdot D$ ed è pari a circa **1,076** volte la portata di massimo riempimento Q_p (sezione piena), mentre il valore massimo della velocità si ha per un'altezza idrica pari a $0,81 \cdot D$ (massimo raggio idraulico; R. Rosso, 1999) ed è circa **1,140** volte la velocità di massimo riempimento V_p (sezione piena).

Per i calcoli di verifica del primo tipo, cioè per il calcolo della portata Q e della velocità media V , corrispondenti all'altezza idrica assegnata h , si possono usare le equazioni di Chézy (2) e (3) che legano, velocità media e portata, all'area bagnata A (20). Per i problemi di verifica del secondo tipo, cioè per il calcolo dell'altezza di moto uniforme h , corrispondente ad una portata assegnata Q , si può impiegare la formulazione approssimata del M. Sauerbrey che ha analizzato, in maniera esaustiva il problema del riempimento parziale in condotti circolari (cd *part-full flow*). Successivamente, W.H. Hager ha proposto una formula, di seguito riportata, valida per il calcolo della portata relativa Q_r , coerente con le condizioni proposte da M. Sauerbrey ($0,20 \leq \phi_c \leq 0,95$):

$$Q_r = \frac{n \cdot Q}{i^{1/2} \cdot D^{5/3}} = \frac{3}{4} \cdot \phi_c^2 \cdot \left(1 - \frac{7}{12} \cdot \phi_c^2\right) \quad (11)$$

h/D	0,05	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
V/V _p	0,257	0,401	0,615	0,776	0,902	1,000	1,072	1,099	1,119	1,133	1,140	1,137	1,124	1,095	1,00
Q/Q _p	0,005	0,021	0,088	0,196	0,337	0,500	0,672	0,756	0,837	0,912	0,978	1,031	1,066	1,075	1,00

Tabella 4 – Scale di deflusso normalizzate (formule di Gauckler-Strickler o di Manning).

L'equazione (11), può essere risolta, per via esplicita, per ricavare il grado di riempimento $\phi_c = h/D$, in funzione della portata relativa Q_r , ottenendo:

$$\phi_c = 0,926 \cdot \left[1 - (1 - 3,110 \cdot Q_r)^{2/3}\right]^{3/2} \quad (12)$$

La sezione idrica A_r può essere calcolata, con un'accuratezza di $\pm 1\%$, come:

$$\frac{A_r}{D^2} = \frac{4}{3} \cdot \phi_c^{3/2} \cdot \left(1 - \frac{\phi_c}{4} - \frac{4 \cdot \phi_c^2}{25}\right) \quad (13)$$

Quindi, nota la portata e l'area della sezione idrica trasversale A_r , la velocità media della corrente $V_r = Q/A_r$, può essere determinata in funzione del grado di riempimento ϕ_c .

Definendo la velocità relativa di moto uniforme come (C. Gisonni et Al., 2012):

$$V_r = \frac{Q}{\left(\frac{A_r}{D^2}\right)} = \left(\frac{Q}{A_r}\right) \cdot \left[\frac{n}{i^{1/2} \cdot D^{5/3}}\right] \quad (14)$$

partendo dalle equazioni (11) e (13), si ottiene la seguente relazione, caratterizzata da un'approssimazione di $\pm 5\%$, e valida per $0,01 \leq \phi_c \leq 0,75$:

$$V_r = 0,560 \cdot \phi_c^{1/2} \quad (15)$$

Nel caso di condotte circolari, dunque, la portata e la velocità, in condizioni di massimo riempimento assumono, rispettivamente, i valori:

$$Q_p = \left(\frac{\pi}{4 \cdot 5}\right) \cdot \left(\frac{1}{n}\right) \cdot i^{1/2} \cdot D^{5/3} \quad (16)$$

e

$$V_p = \frac{4 \cdot Q_p}{\pi \cdot D^2} \quad (17)$$

Si ricorda, infine, che, sia il raggio idraulico R [m] sia il perimetro bagnato P [m], della sezione, possono essere espressi in funzione del grado di riempimento ϕ_c [m/m], rispettivamente, come:

$$R = D \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \phi_c \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \phi_c\right) \quad (18)$$

$$P = D \cdot \arccos(1 - 2 \cdot \phi_c) \quad (19)$$

e, l'area bagnata A [m²], espressa con il loro prodotto:

$$A = R \cdot P \quad (20)$$

L'altezza critica (ossia l'altezza, con la quale la portata di progetto Q , può transitare nella condotta), invece, può calcolarsi con la formula interpolare (L. Da Deppo et Al., 2003):

$$h_c = 1,025 \cdot D \cdot \left(\frac{Q}{D^2 \cdot \sqrt{g} \cdot D}\right)^{0,515} \quad (21)$$

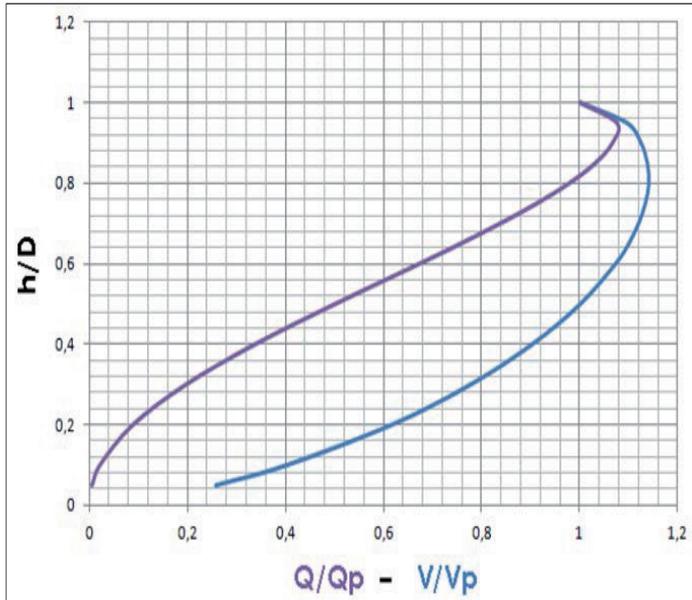


Figura 1 – Scale delle portate e delle velocità adimensionali per sezioni circolari.

Nel caso delle sezioni circolari, non si possono ricavare espressioni esplicite delle dimensioni della condotta, fissando la velocità media di moto uniforme V . Se però, si fissa il grado di riempimento (h/D), allora è possibile ottenere la seguente equazione che fornisce il diametro (D) della condotta (G. Becciu, op. già citata):

$$D = 1,5483 \cdot \left(\frac{Q}{v_Q \cdot k_s \cdot \sqrt{i}} \right)^{\frac{5}{8}} \quad (22)$$

con

$$r_Q = \frac{Q}{Q_p} = -2,8483 \left(\frac{h}{D} \right)^4 + 2,9178 \cdot \left(\frac{h}{D} \right)^3 + 0,6222 \cdot \left(\frac{h}{D} \right)^2 + 0,3471 \cdot \left(\frac{h}{D} \right) - 0,0203 \quad (23)$$

funzione omotetica, dell'altezza di moto uniforme, adimensionalizzata (h/D).

Esemplificazioni numeriche

Ad esempio di quanto teoricamente esposto, si riporta il progetto (P_g) e la verifica (V_f) di una condotta circolare chiusa.

Progetto P_g Una condotta circolare, con coefficiente di scabrezza di Gauckler-Strickler $k_s = 75$ [$m^{1/3} \times s^{-1}$], deve convogliare una portata $Q = 1,5$ m^3/s . Determinare il diametro D [m] e la pendenza i , [m/m] che la condotta deve avere perché la portata in progetto sia convogliata con una velocità media non superiore a $V = 2,50$ [m/s] ed abbia un rapporto massimo di riempimento assegnato $\phi_c \leq 0,80$.

Considerando il massimo rapporto di riempimento ammissibile, in progetto, cioè $\phi_c = 0,80$ [m/m], al quale corrisponde un $\alpha = 2 \cdot \arccos(1 - 2 \cdot 0,80) = 4,4286$ rad, dalla (9) si ricava:

$$F_v = \frac{(\alpha - \sin \alpha)}{2 \cdot \alpha^2} = \frac{4,4286 - \sin(4,4286)}{2 \cdot 4,4286^2} = 0,1374$$

e

$$i = \left(\frac{V^4}{k_s^3 \cdot Q \cdot F_v} \right)^{\frac{2}{5}} = \left(\frac{2,5^4}{75^3 \cdot 1,5 \cdot 0,1374} \right) = 0,0059$$
 [m/m]

mentre dalla (6), si ricava:

$$F = 0,0496 \cdot \frac{(4,4286 - \sin(4,4286))^{\frac{5}{8}}}{4,4286^{\frac{5}{8}}} = 0,3046$$

e

$$D = \left(\frac{Q}{k_s \cdot F \cdot \sqrt{i}} \right)^{\frac{5}{8}} = \left(\frac{1,50}{75 \cdot 0,3046 \cdot \sqrt{0,0059}} \right)^{\frac{5}{8}} = 0,9434$$
 [m]

Considerando i valori finali: $i = 0,0045$ [m/m] e $D = 1,00$ [m], si ottiene:

$$F = \frac{Q}{k_s \cdot D^{\frac{5}{8}} \cdot \sqrt{i}} = \frac{1,5}{75 \cdot 1^{\frac{5}{8}} \cdot \sqrt{0,0045}} = 0,2981$$

e

$$\phi_c = \frac{(0,0045 + 1,160 \cdot F^{\frac{1}{2}} - 1,7667 \cdot F)}{(1 - 1,6153 \cdot F^{\frac{1}{2}} + 0,080 \cdot F)} = 0,78$$
 [m/m] < 0,80 [m/m]

onde

$$\alpha = 2 \cdot \arccos(1 - 2 \cdot 0,78) = 4,3478$$
 rad ed $h = 0,78$ [m]

cui corrisponde:

$$F_v = \frac{\alpha - \sin \alpha}{2 \cdot \alpha^2} = 0,1397$$

e

$$V = \left(F_v \cdot k_s^3 \cdot Q \cdot i^{\frac{5}{8}} \right)^{\frac{1}{4}} = 2,27$$
 [m/s] < 2,50 [m/s]

Verifica V_{f1} Assegnata una condotta di sezione circolare, di diametro $D = 0,70$ [m], caratterizzata da $i = 0,004$ [m/m] e da un coefficiente di scabrezza $k_s = 1/n = 85$ [$m^{1/3} \cdot s^{-1}$], calcolare la portata convogliata Q e la velocità media V , di moto uniforme, per un tirante idraulico $h = 0,14$ [m].

Con un raggio idraulico (18), pari a:

$$R = \frac{2}{3} \cdot h \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{D} \right) = 0,0933 \cdot (1 - 0,5 \cdot 0,20) = 0,084$$
 [m]

ed un perimetro bagnato (19), di:

$$P = D \cdot \arccos(1 - 2 \cdot \frac{h}{D}) = 0,70 \cdot \arccos(1 - 0,40) = 0,649$$
 [m]

si ottiene, come loro prodotto, il valore dell'area bagnata (20):

$$A = R \cdot P = 0,084 \cdot 0,649 = 0,0545$$
 [m²]

Calcolato, quindi, il fattore di conduttanza (4):

$$\chi = k_s \cdot (\varphi \cdot R)^{\frac{1}{2}} = 85 \cdot (1 \cdot 0,084)^{0,1667} = 56,25$$
 [m^{2/3} · s⁻¹]

la velocità media di moto uniforme, restituita dall'equazione di Chézy (2), vale:

$$V = c \cdot \sqrt{R \cdot i} = 56,25 \cdot (0,084 \cdot 0,004)^{0,5} = 1,03$$
 [m/s]

mentre, la portata, considerando l'equazione di continuità (3), assume il valore:

$$Q = A \cdot V = 0,0545 \cdot 1,03 = 0,06$$
 [m³/s]

Progetto V_{f2} Assegnata una condotta di sezione circolare, di diametro



$D = 0,70$ [m], caratterizzata da $i = 0,004$ [m/m] e da un coefficiente di scabrezza $k_s = 1/n = 85$ [$m^{1/3} \times s^{-1}$], calcolare il tirante h e la velocità V di moto uniforme, per una portata, convogliata, di $Q = 0,46$ [m^3/s].

Con una portata relativa (11):

$$Q_r = \frac{0,46}{(85 \cdot 0,004^{\frac{1}{3}} \cdot 0,70^{\frac{2}{3}})} = 0,222 \text{ [m}^3/\text{s]}$$

l'equazione (12) restituisce un valore, del rapporto di riempimento, pari a:

$$\phi_c = 0,926 \cdot \left[1 - (1 - 3,110 \cdot 0,222)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} = 0,616 \text{ [m/m]}$$

da cui

$$h_r = \phi_c \cdot D = 0,616 \cdot 0,70 = 0,43 \text{ [m]}$$

la corrispondente sezione idrica risulta essere, secondo l'equazione (13):

$$\frac{A_r}{D^2} = \left(\frac{1}{3} \right) \cdot 0,616^{\frac{5}{3}} \cdot \left(1 - \frac{0,616}{1} - \frac{4 \cdot 0,616^2}{25} \right) = 0,506 \text{ [m}^2/\text{m}^2\text{]}$$

donde

$$A_r = 0,506 \cdot 0,70^2 = 0,248 \text{ [m}^2\text{]}$$

Poiché la velocità relativa al moto uniforme è:

$$V_r = \frac{Q}{A_r} = \frac{0,46}{0,248} = 1,85 \text{ [m/s]}$$

il carico specifico, nella fattispecie, risulta essere:

$$H_r = h_r + \frac{V_r^2}{2 \cdot g} = 0,43 + \frac{1,85^2}{2 \cdot 9,81} = 0,605 \text{ [m]}$$

Essendo, inoltre, $i < 0,8$ % si effettua, la verifica al choking (entrata in pressione, della condotta in verifica). Indicando, quindi, con (C. Gisonni, op. già citata):

$$q_b = \frac{Q}{(g \cdot D^5)^{\frac{1}{2}}} = 0,358 \quad (23)$$

la portata relativa e con i la pendenza di fondo del collettore che innescava il fenomeno del *choking*, la condizione di entrata in pressione può essere espressa dalla seguente relazione (valida, appunto, per $i < 8$ ‰):

$$i = 20,50 \cdot (q_b - 0,36) \quad (24)$$

L'equazione (23) mostra che non si avrà condizione di choking, se $q_b < 0,36$, come nel caso in esame; per $q_b \geq 0,50$ si potranno verificare, invece, condizioni critiche mentre, per $q_b > 0,70$, il collettore non sarà assolutamente compatibile con un deflusso a pelo libero ossia per gradi di riempimento $\phi_c > 0,92$, espressi dalla seguente relazione lineare (C. Gisonni, op. già citata):

$$\phi_c = 0,92 - 0,03 \cdot i \text{ [‰]}$$

valevole per $\phi_c > 0,55$.

Si riportano, infine, per la sezione circolare, in verifica, così come tabellati di seguito, i valori delle portate, delle velocità e di tutte le grandezze geometriche caratteristiche (con l'ovvio significato dei simboli), al variare del rapporto di riempimento (h/D).

h/D	α	A	P	R	B	χ	h	V	Q
[m/m]	[rad]	[m ²]	[m]	[m]	[m]	[m ^{1/2} /s]	[m]	[m/s]	[m ³ /s]
0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,05	0,9021	0,0072	0,3157	0,0228	0,3051	45,2581	0,0350	0,4321	0,0031
0,10	1,2870	0,0200	0,4505	0,0445	0,4200	50,5926	0,0700	0,6747	0,0135
0,15	1,5908	0,0362	0,5568	0,0650	0,4999	53,8998	0,1050	0,8692	0,0315
0,20	1,8546	0,0548	0,6491	0,0844	0,5600	56,2974	0,1400	1,0345	0,0567
0,25	2,0944	0,0752	0,7330	0,1026	0,6062	58,1617	0,1750	1,1785	0,0887
0,30	2,3186	0,0971	0,8115	0,1197	0,6416	59,6682	0,2100	1,3054	0,1268
0,35	2,5322	0,1200	0,8863	0,1354	0,6678	60,9133	0,2450	1,4178	0,1702
0,40	2,7389	0,1438	0,9586	0,1500	0,6859	61,9556	0,2800	1,5174	0,2181
0,45	2,9413	0,1680	1,0294	0,1632	0,6965	62,8330	0,3150	1,6052	0,2696
0,50	3,1416	0,1924	1,0996	0,1750	0,7000	63,5709	0,3500	1,6819	0,3236
0,55	3,3419	0,2169	1,1697	0,1854	0,6965	64,1867	0,3850	1,7481	0,3791
0,60	3,5443	0,2411	1,2405	0,1944	0,6859	64,6919	0,4200	1,8037	0,4349
0,65	3,7510	0,2648	1,3128	0,2017	0,6678	65,0935	0,4550	1,8489	0,4896
0,70	3,9646	0,2877	1,3876	0,2074	0,6416	65,3945	0,4900	1,8834	0,5419
0,75	4,1888	0,3096	1,4661	0,2112	0,6062	65,5936	0,5250	1,9064	0,5902
0,80	4,4286	0,3301	1,5500	0,2129	0,5600	65,6841	0,5600	1,9170	0,6327
0,85	4,6924	0,3486	1,6423	0,2123	0,4999	65,6507	0,5950	1,9131	0,6670
0,90	4,9962	0,3648	1,7487	0,2086	0,4200	65,4606	0,6300	1,8910	0,6899
0,95	5,3811	0,3777	1,8834	0,2005	0,3051	65,0295	0,6650	1,8417	0,6955
1,00	6,2832	0,3848	2,1991	0,1750	0,0000	63,5709	0,7000	1,6819	0,6473

Bibliografia

- (1) G. De Marchi (1986): "Idraulica", Vol. I: Parte II, Ed. I. Hoepli, Milano;
- (2) G. Alfonsi, E. Orsi (1984): "Problemi di idraulica dei fluidi", Ed. Casa Editrice Ambrosiana, Milano;
- (3) D. Citrini, G. Noseda (1987): "Idraulica", II Edizione, Ed. Casa Editrice Ambrosiana, Milano;
- (4) E. Marchi, A. Rubatta (1981): "Meccanica dei fluidi", Ed. UTET, Torino;
- (5) V.T. Chow (1959): "Open Channel Hydraulics", Ed. McGraw-Hill, New York;
- (6) G. Becciu, A. Paoletti (2005): "Esercitazioni di costruzioni idrauliche", III Edizione, Ed. CEDAM, Padova;
- (7) S. Artina (a cura di) ed altri Autori (1997): "Sistemi di fognatura", CSDU, Ed. U. Hoepli, Milano;
- (8) A. Paoletti (1996): "Sistemi di fognature e drenaggio", II Edizione, Ed. CUSL, Milano;
- (9) R. Rosso (1999): "Sistemi di drenaggio", Corso di infrastrutture idrauliche, Ed. CUSL, Milano;
- (10) C. Gisonni, H.W. Hager (2012): "Idraulica dei sistemi fognari - Dalla teoria alla pratica", Ed. Springer Verlag Italia, Milano.
- (11) L. Da Deppo, C. Datei (2003): "Fognature", III Edizione, Ed. Libreria Internazionale Cortina, Padova.
- (12) G. Becciu (2010): "Canali e condotte a pelo libero", Lezioni di Costruzioni Idrauliche I, Nuovo Materiale didattico - Esercitazioni, Acquedotti e Canali, Sez. SIA, Ed. DIIAR, Politecnico, Milano.



Sull'argomento, l'Autore ha messo a punto un programma di calcolo, in formato xls (EXCEL di Windows), che verrà fornito gratuitamente, via e-mail, a chiunque ce ne faccia richiesta (lambiente@anierieditore.it).