Equilibrio ambientale: il modello "input-output" di Leontief nell'economia impiantistica

Luigi Fanizzi, Ecoacque S.r.l. - Email: info@ecoacque.it

L'impatto ambientale, delle attività economiche umane, sull'ambiente naturale, in via diretta o anche indiretta, per effetto dell'immissione di sostanze inquinanti, riduce, di fatto, la sua utilità mentre la sua preservazione ne mantiene invariata la stessa, nel tempo, anche per le generazioni future. In letteratura sono state sviluppate diverse metodologie che cercano di approssimare un così complesso modello del sistema economico circolare (cd ecosostenibile): il modello di bilancio dei materiali (R.U. Ayres e A.V. Kneese, 1969) ed il modello Input-Ouput Ambientale (W. Leontief, 1970). Il primo modello integra i flussi fisici di massa, in un modello economico di equilibrio generale mentre il secondo rappresenta una versione semplificata del modello di equilibrio generale, secondo una tecnica lineare (rendimenti di scala costanti). Nel presente studio si fa riferimento al secondo modello, secondo la metodologia proposta dal premio nobel W. Leontief. La teoria dell'equilibrio economico generale, fornisce l'approccio analitico più coerente per studiare l'interdipendenza tra un sistema economico ed il sistema ambientale (G. Pireddu, 2002).

Le basi analitiche dell'analisi input-output ambientale

L'analisi Input-Output Ambientale (cd I/O Ambientale), secondo le parole di W. Leontief: "Descrive e spiega il livello di produzione di ogni settore dell'economia di un dato Paese in relazione ai corrispondenti livelli di attività di tutti gli altri settori". L'interdipendenza tecnica, tra i livelli di produzione, può essere descritta in termini di coefficienti strutturali. L'analisi I/O è un insieme di schemi contabili e di modelli, atti a valutare gli effetti di variazioni di quantità e/o di prezzo che hanno avuto origine in un settore e che si sono trasmessi ad altri settori. Esso è un modello matematico che descrive un'economia formata da n industrie. Ogni industria produce un solo bene attraverso un solo processo produttivo utilizzando Input provenienti da se stessa e dalle altre industrie (J.G. Brida et Al., 2008). I beni prodotti da ogni industria, oltre che essere utilizzati dalle altre industrie che ne hanno bisogno, soddisfano una "domanda esterna" (modello aperto) ovvero una "domanda interna", di utilità (modello chiuso). Allo scopo, bisogna considerare un sistema economico suddiviso in n settori produttivi, ciascuno dei quali produce un certo bene; inoltre ogni bene è prodotto da un unico settore, per cui è possibile identificare ciascun settore con il bene da esso prodotto. I settori sono fra loro interdipendenti, il che significa che ogni bene è visto come risultato della produzione (Output), sia come un fattore produttivo (Input) utilizzato per la produzione degli altri beni, da cui l'appellativo I/O, per l'appunto, al modello. Inoltre il modello, nella sua versione cosiddetta "aperta", considera, altresì, l'esistenza di una domanda esterna per ciascun bene, espressa, per esempio, dai consumatori finali. In tale situazione ogni settore dovrà produrre una quantità sufficiente a soddisfare la domanda complessiva del bene; quindi, per ogni settore i-esimo, deve valere la condizione:

offerta totale del bene i = domanda totale del bene i

dove la domanda del bene totale, comprende sia la domanda interna da parte dei vari settori, sia la domanda esterna. Indicata con x_i la quantità prodotto del bene i-esimo, con x_j la quantità del bene i, utilizzata come input dal settore j e con d_i la domanda finale esterna dello stesso bene i, la condizione precedente può scriversi come (M. Cardin et al., 2008):

$$X_i = X_{i1} + X_{i2} + ... + X_{ii} + ... + X_{in} + d_i$$
 $i = 1, 2, n$

Nell'ipotesi che il fabbisogno del generico input *i* sia proporzionale al volume di produzione del generico settore *j* che lo richiede, cioè:

$$X_{ii} = a_{ii} \cdot X_{i}$$

la relazione precedente, può scriversi secondo il seguente bilancio:

$$X_{i} = a_{i1} \cdot X_{1} + a_{i2} \cdot X_{2} + a_{ii} \cdot X_{1} + \dots + a_{in} \cdot X_{n} + d_{i}, \quad i = 1, 2, \dots n$$

Il coefficiente a_{ij} , chiamato coefficiente tecnico di produzione, rappresenta la quantità del bene i necessaria per produrre una unità del bene j. Scrivendo l'uguaglianza precedente, per tutti i settori del sistema economico, si ottiene il seguente sistema di n equazioni lineari in n incognite:

ossia, in forma compatta:

$$x = A \cdot x + d$$

trasportando al primo membro i termini x_i , si ottiene (E. Dietzenbacher et al., 2004):



Si devono, quindi, determinare i valori delle variabili $x_1, x_2, ..., x_n$, cioè i livelli di produzione di ciascun settore, in modo che per ogni settore la quantità, complessivamente prodotta, riesca a soddisfare la domanda finale (sia ad uso interno che esterno). Il sistema può scriversi, in forma matriciale compatta, come:

$$(I - A) \cdot x = d$$

ossia, nella forma estesa, come:

$$\begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{vmatrix}$$

dove:

l è la matrice unitaria:

A è la matrice dei coefficienti tecnici di produzione;
x è il vettore colonna delle quantità prodotte dai settori;
d è il vettore dei consumi finali (termini noti).

La condizione I I-A I $\neq 0$, assicura che il sistema ottenuto sia matematicamente possibile e garantisce l'unicità della soluzione. In questa situazione, infatti, la matrice (I-A) risulta invertibile [esiste, cioè, la matrice inversa: (I-A)⁻¹; detta matrice di Leontief]. Per la soluzione del sistema i coefficienti delle incognite e le soluzioni (cd *zeri*) devono essere non negativi ($a_{ij} \geq 0$ e $x_i \geq 0$), in quanto rappresentano livelli di produzione in termini fisici ovvero i loro corrispondenti valori nell'unità considerata. La soluzione del sistema può scriversi, allora, in forma compatta, come:

$$x = (I - A) - 1 \cdot d$$

questa forma di risoluzione permette di determinare le soluzioni al variare del vettore d della domanda finale, in relazione a varie programmazioni economiche, evitando di risolvere ogni volta il sistema.

La matrice inversa di Leontief, consente il calcolo dei moltiplicatori settoriali: sommando i valori per colonna, si ottiene l'incremento di produzione determinato da un incremento unitario della domanda finale per il settore economico, intestatario della colonna.

Il modello I/O Ambientale di Leontief è utile come strumento di previsione:

- ipotizzando la previsione dei consumi futuri e disponendo della matrice dei coefficienti tecnici, la soluzione del sistema permette di formulare una previsione delle quantità da produrre in ciascun settore;
- al variare della domanda da parte degli utilizzatori finali, il modello permette di analizzare quali mutamenti si verificano nei diversi settori produttivi.

Un esempio pratico di I/O ambientale nell'industria del trattamento dei reflui

Consideriamo il sistema economico di una attività industriale, composta da più settori produttivi. Ciascun settore chiede pro-

dotti ad altri settori per generare il suo prodotto (cd domanda intermedia). Naturalmente in ultima istanza, la produzione è finalizzata a soddisfare una domanda esterna ovvero interna al sistema produttivo (domanda finale). Il problema è: quale livello di produzione è necessario per soddisfare ambedue le domande? Facciamo, quindi, un esempio con due soli settori (nella fattispecie non occorre conoscerne i prezzi). Consideriamo un sistema industriale di un impianto di depurazione delle acque reflue urbane, della potenzialità di 10.000 AE (Abitanti Equivalenti), limitandoci alla sola linea fanghi ossia a solo due settori (produzione di biogas e produzione di energia), secondo l'utilità della summenzionata industria (Figura 1).

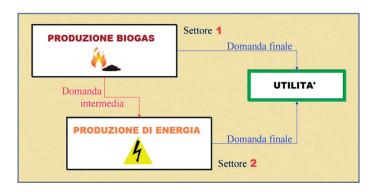


Figura 1 - Domanda intermedia vs Domanda finale.

Questi due settori dipendono l'uno dall'altro. Calcoliamo, quindi, i *coefficienti tecnici di produzione*. Il primo lo otteniamo tramite un bilancio giornaliero di massa.

La produzione specifica di biogas, del fango, è 0,40 m³ biogas/ kg TVS alimentati. All'interno di un digestore anaerobico per ogni 1.000 kg di questo substrato inserito (equivalente ad 1,00 m³ di fango alimentato, essendo pari a circa 1.000 kg/m³ il suo peso specifico), avente 4% TS ed un rapporto TVS/TS di 0,75, si calcola che (mod. F. Cecchi, 2010):

 $1.000 \text{ kg substrato} \cdot 0.04 = 40 \text{ kg TS}$

40 kg TS \cdot 0,75 = 30 kg TVS

30 kg TVS \cdot 0,40 m³ biogas/kg TVS alimentati = 12 m³ biogas (59,90% CH $_a$; 39,90 CO $_a$; 0,20% H $_a$ S).

Per produrre un 1,00 m³ cubo di biogas, occorrono 0,083 m³ di fango (1/12), al 4% TS.

Stimando un potere calorifero inferiore di 5.500 kcal/m³ di biogas, la potenzialità energetica giornaliera, può essere stimata come segue (APAT, 2005):

 $5.500 \text{ kcal/m}^3 \cdot 12 \text{ m}^3/\text{d biogas} = 66.000 \text{ kcal/d}$

ossia, equivalentemente:

66.000 kcal/d · 0,001163 kW · d/kcal = 76,758 kW

Per l'agitazione del fango e per il suo riscaldamento, all'interno del digestore aerobico, occorrono, rispettivamente:



Scienza & Inquinamento

0,006 kW/m³ di fango (energia elettrica occorrente per l'agitazione meccanica)

1 m³ fango/d · 5,50 kcal/(m³ · °C) · (35 – 15) °C = 110 kcal/(m³ · d) (energia termica spesa per il riscaldamento).

ossia: 110 kcal/(m³ · d) · 0,001163 kW · d/kcal = **0,1280** kW/m³ ove:

C_s = 5,50 kcal/m³ è il calore specifico del biogas;

 $\Delta T = (35 - 15)$ °C= 20 °C è la differenza di temperatura tra il fango nel digestore anaerobico ed il fango, in esso, entrante.

- 1. Per la produzione di un metro cubo di biogas, dunque, occorrono: $(0,1280+0,006)\cdot 0,0833=\textbf{0,0112} \text{ kW/m}^3 \text{ (Coefficiente tecnico di produzione del Settore 1)};$
- 2. Per la produzione di un chilowatt di energia, al netto della dispersione termica (5% del totale), occorrono:

 $1/[72,758 \cdot (1 - 0,05)] = 0,0137 \text{ m}^3 \text{ di biogas (Coefficiente tecnico di produzione del Settore 2);}$

Chiameremo questi due termini, di flusso interni ai due Settori, "domanda intermedia" generata dal Settore 1 (produzione biogas) e dal Settore 2 (produzione energia). Sia, quindi, y la produzione totale (incognita) di biogas da digestione anaerobica e z quella di energia, sviluppata da tale fluido, sapendo che la produzione totale deve soddisfare, altresì, le "domande finali" di 625 m³/d di fango (f. prodotto dall'impianto di trattamento delle acque reflue urbane, di potenzialità pari a 10.000 AE, con produzione specifica di fango, al 4% in secco, pari 0,0625 m³/AE; portata idrica specifica di 0,200 m³/AE e consumo energetico specifico medio giornaliero, sulla linea acque, di 11,47 kW · d/m³ · d; Tab. 1) ovvero 7.500 m³ di biogas e di [10.000 AE · 0,200 m³/(AE · d) · 11,47 kW · d/m³ =] 22.940 kW di energia (M. Campanelli et al., 2013; G. De Feo et al., 2013).

SEZIONE (Unità di trattamento)	CONSUMO ELETTRICO SPECIFICO (kWh/m³ _{refluo})		
Sollevamento iniziale	0,037		
Grigliatura a barre	0,00005		
Dissabbiatura (o Disoleatura) aerata	0,004		
Sedimentazione primaria	0,004		
Aerazione fanghi attivi (rimozione C, N e P)	0,230		
Pompaggio fanghi di ricircolo	0,004		
Sedimentazione secondaria	0,015		
Mixer in pozzetto dosaggio reagenti	0,022		
Mixer fanghi attivi denitrificazione (1)	0,060		
Pompa alimentazione filtrazione	0,010		
Filtrazione terziaria	0,001		
Clorazione	0,001		
Ispessimento gravitimetrico fanghi	0,053		

Disidratazione fanghi con nastropressa	0,037
TOTALE	0,0478
(1) – IRSA, 1982	

Tabella 1 – Consumo elettrico specifico, nelle varie unità di trattamento (EPRI, 2002).

Le equazioni complete del sistema, pertanto, saranno (E. Dietzenbacher et al., 2004):

 $\mathbf{y} = 0 + 0.0112 \cdot \mathbf{z} + 7.500$

 $\mathbf{z} = 0.0137 \cdot \mathbf{y} + 0 + 22.940$

Riportando tutto il sistema del *Modello I/O Ambientale*, sottoforma *matriciale* e *vettoriale* (**Tabella 2**):

A			(I – A)	
0	0,0112		1	-0,0112
0,0137	0		-0,0137	1
			Det (I – A) =	0,999847
I			(I - A) ⁻¹	
1	0		1,000153	0,011202
0	1		0,013702	1,000153
d			(I − A) ⁻¹ • d	
7.500			7.758,118	
22.940			23.046,29	

Tabella 2 – Sviluppo matriciale in Excel (D.M. Bourg, 2006).

Per soddisfare una domanda finale di **7.500** m³ di biogas e **20.000** kW di energia, è necessario produrre, in totale, **7.758** m³ di biogas e **23.046** kW di energia (**Figura 2**).

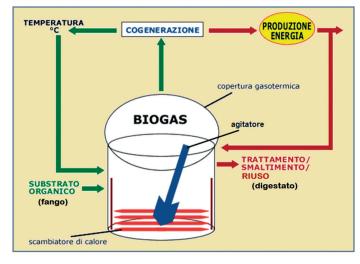


Figura 2 – Flussi IN/OUT (S1. Biogas ed S2. Energia) digestore anerobico.



Bibliografia

- [1] APAT (2005): "Digestione anaerobica della frazione organica dei rifiuti solidi", Manuali e linee guida, Ed. APAT, Roma;
- [2] G. Pireddu (2002): "Economia dell'ambiente", Ed. Apogeo, Milano;
- [3] R.U. Ayres e A.V. Kneese (1969): "Production, Consumption, and Externalities", The American Economic Review, Ed. AER, Pittsburgh;
- [4] F. Cecchi (2010): "La digestione anaerobica Descrizione del processo e bilancio di massa"; Dispensa del Corso di Laboratorio Fondamenti di Processi e Impianti biotecnologici, Dip. Biotetecnologie, Ed. Università degli Studi, Verona;
- [5] W. Leontief (1970): "Environmental repercussions and economics structure: an Input-Output approach", The Review of Economics and Statistics; Ed. MIT Press, Cambridge; Ed. Ital. "Relazioni fra le strutture economiche e loro effetti sull'ambiente secondo l'analisi Input-Output", in G. Cannata (1974), a cura di, Saggi di Economia dell'Ambiente, Ed. Giuffrè, Milano.
- [6] M. Cardin, P. Ferretti e S. Funari (2008): "Introduzione soft alla matematica per l'economia e la finanza: I sistemi lineari"; Quaderno di didattica n. 25; Ed. Ca' Foscari, Venezia;

- [7] M. Campanelli, P. Foladori e M. Vaccari (2013): "Consumi elettrici ed efficienza energetica nel trattamento delle acque reflue"; a cura di, Ambiente & Territorio, Ed. Maggioli, Santarcangelo di Romagna;
- [8] J.G. Brida e N. Colletti (2008): "Manuale di matematica per le applicazioni economiche Algebra lineare a due variabili", Vol. II, Ed. Bolzano University Press, Bolzano;
- [9] G. De Feo, S. De Gisi e M. Galasso (2013): "Fanghi di depurazione Produzione, caratterizzazione e trattamento", Ed. Dario Flaccovio, Palermo;
- [10] E. Dietzenbacher e M.L. Lahr (2004): "Wassily Leontief and Input-Output economics", a cura di, Ed. Cambridge University Press, Cambridge;
- [11] D.M. Bourg (2006): "Excel per i calcoli scientifici e per ingegneri", Ed. Tecniche Nuove, Milano;
- [12] EPRI (2002): "Water and Sustainability: U.S. Electricity Consumption for Water Supply & Treatment", The Next Half Century, Ed. EPRI, Palo Alto;
- [13] M.C. Annesini, M. Beccari, A.C. Pinto, A.R. Giona, F. Gironi, G. Mininni (1982): "Consumi di energia negli impianti di depurazione delle acque di scarico", Quaderno n. 58, Ed. IRSA-CNR, Roma.

