


IL METODO DEL CONFRONTO A COPPIE NORMALIZZATO

(Luigi Fanizzi – ECOACQUE®)

Il metodo del confronto a coppie è una tecnica di *problem solving* di supporto alle decisioni *multicriterio*, sviluppata negli anni settanta dal matematico iracheno naturalizzato statunitense Thomas L. Saaty (1988). Il processo decisionale, chiamato anche *decision making*, prevede (L. Fusco Girard et Al., 2000), usualmente, i seguenti passi fondamentali: **1)** Individuazione della sensibilità ambientale ossia del grado di vulnerabilità del territorio e definizione di dettagliate scale di sensibilità territoriale; **2)** Valutazione della *magnitudo semantica* di ciascun livello di sensibilità territoriale (1 = Ininfluente importanza; 2 = Moderata importanza; 3 = Forte importanza; 4 = Dimostrata importanza; 5 = Estrema importanza); **3)** Confronto, con il Metodo di Saaty (1988), dei mutui rapporti d'importanza di ciascun livello della scala, rispetto agli altri con stesura di una matrice quadrata e risolvendo la stessa per la definizione dei valori delle scale assunte, seguendo il criterio fondato sul calcolo dell'autovettore principale della matrice completa. Per omogeneizzare, da ultimo, le diverse scale di sensibilità, in valori confrontabili fra loro ed inserirli nel modello per il calcolo del valore ambientale iniziale, i risultati vengono convertiti in funzioni di sensibilità con valori normalizzati da **0** ad **1**, ove il livello **0** rappresenta l'assenza totale dell'indicatore (*sensibilità trascurabile*) ed il livello 1 la sensibilità massima. Si riporta, a seguire, un esempio sui livelli e le funzioni di sensibilità degli indicatori.

Dette:

-  **A** la matrice completa ottenuta dal confronto a coppie riferito ad un criterio qualitativo;
-  **I** la matrice identità di dimensioni [n x n] essendo n il numero di livelli di sensibilità;

si ottengono gli autovalori ponendo a zero il seguente determinante:

$$\text{Det}(\mathbf{A} - \lambda \cdot \mathbf{I}) = 0$$

e risolvendo l'equazione di grado n nell'incognita λ . Il più grande degli autovalori consente di calcolare l'autovettore principale. La determinazione degli autovalori, ovviamente, risulta complicata all'aumentare della dimensione della matrice ossia del numero di elementi oggetto di valutazione, se non si utilizza un apposito programma di calcolo sofisticato. Esistono, tuttavia, dei metodi approssimati che consentono di calcolare un valore molto approssimato dell'Autovalore massimo. Data la matrice:

a_{11}	...	a_{1n}
...
a_{n1}	...	a_{nn}

Con $a_{ij} = 1/a_{ji}$ (*proprietà di reciprocità*); $a_{ij} > 0$ (*assioma di positività*), $a_{ii} = 1$ (*proprietà di simmetria*) e $a_{ik} = a_{ij} \cdot a_{jk}$ (*proprietà di consistenza*). Si calcolano i seguenti elementi

$$X_i = \sqrt[n]{a_{i1} \cdot a_{i2} \cdot \dots \cdot a_{in}} \text{ (Media geometrica dei pesi relativi degli elementi);}$$

$$T_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \text{ (Sommatoria dei pesi relativi degli elementi);}$$

$$S = \sum_{i=1}^n X_i \text{ (Somma delle medie geometriche);}$$

$$Y_i = \frac{X_i}{S} \cdot T_i \text{ (Determinante dell'Autovalore } \lambda)$$

Il valore approssimato dell'Autovalore massimo è dato dalla somma dei componenti Y_i :

$$\lambda_{\max} = \sum_{i=1}^n Y_i$$

La matrice così costruita non sarà generalmente consistente, quindi è necessario determinare l'indice di consistenza **I.C.** della stessa considerando un opportuno rapporto di consistenza (R.C.). Se il valore del rapporto di consistenza **R.C.** risulterà dell'ordine del **10** [%] od al più uguale al **20** [%], la matrice e, quindi, il vettore dei pesi potrà essere tollerato altrimenti si dovrà richiedere una revisione della matrice. L'indice di consistenza si determina col seguente rapporto:

$$I.C. = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$$

mentre il rapporto di consistenza è dato dividendo l'indice di consistenza per il rapporto di consistenza casuale (*Random Index* o R. I.), corrispondente alla matrice dello stesso ordine, ricavabile dalla tabella seguente:

Ordine della Matrice	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R. I.	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,38	1,43	1,49

$$R.C. = \frac{I.C.}{R.I.}$$

Per la definizione dei Valori normali o *normalizzati* non è necessario operativamente calcolare l'autovettore, ma basta definire per ognuna delle preferenze relative il valore del vettore pesi $P_i = \frac{X_i}{S}$ (con $\sum P_i = 1,00$) ed eseguire poi la ponderazione ragguagliando all'unità tutti i P_i rispetto al massimo P_{\max} secondo l'espressione:

$$\text{Valore normale } P_{Ni} = \frac{P_i}{P_{\max}}$$

Dopo aver definito i valori normalizzati viene calcolato il livello di sensibilità finale relativo all'indicatore considerato, mediante il metodo aggregativo compensatore, moltiplicando il valore del peso normalizzato P_{Ni} i-esimo per il peso dell'indicatore (W_i):

$$P'_{Ni} = P_{Ni} \cdot W_i$$

Per stabilire, infine, il Valore Ambientale Iniziale della Unità Territoriale considerata, viene applicato il seguente modello (B. Galletta et Al., 1992):

$$VAI_{f(x)} = \sum_{i=1}^N P'_{Ni} \cdot Q_{i(x)}$$

ove:

i = indicatore subordinato al fattore f considerato;

P'_{Ni} = Peso normalizzato relativo all'indicatore i -esimo considerato;

$Q_{i(x)}$ = Valore della funzione di qualità dell'indicatore i -esimo

x = U.T. presa in esame.

Si ottiene il Valore Ambientale Iniziale (VAI) del generico fattore f nella singola zona territoriale x . Applicando successivamente il modello agli :

$$VAI_{c(x)} = \sum_{f=1}^N VAI_{f(x)}$$

ottenendo il VAI della generica categoria c e così via per ottenere il risultato per sintesi ambientale. Questo modello di calcolo permette di determinare il Valore Ambientale iniziale, per ciascuno degli scenari configurati e per ogni singola componente, immaginando di isolare la sola porzione di albero subordinata (Fig. 1). Analogo discorso vale per il VAM ossia per il Valore Ambientale Modificato (VAM) considerando non più la funzione sensibilità territoriale bensì la funzione d'impatto che valuta l'effetto di un'opera antropica per scale di intensità, analoghe a quelle di sensibilità (**1** ÷ **5**) e con livelli di gravità (**1** = Bassa; **2** = Media; **3** = Alta) impostati su matrici di ordine $n = 3$. La Differenza:

$$\Delta = \text{VAI} - \text{VAM}$$

permette di stimare, infine, il valore che la singola componente subisce tra il valore di sensibilità iniziale e lo stesso modificato dall'intervento antropico.

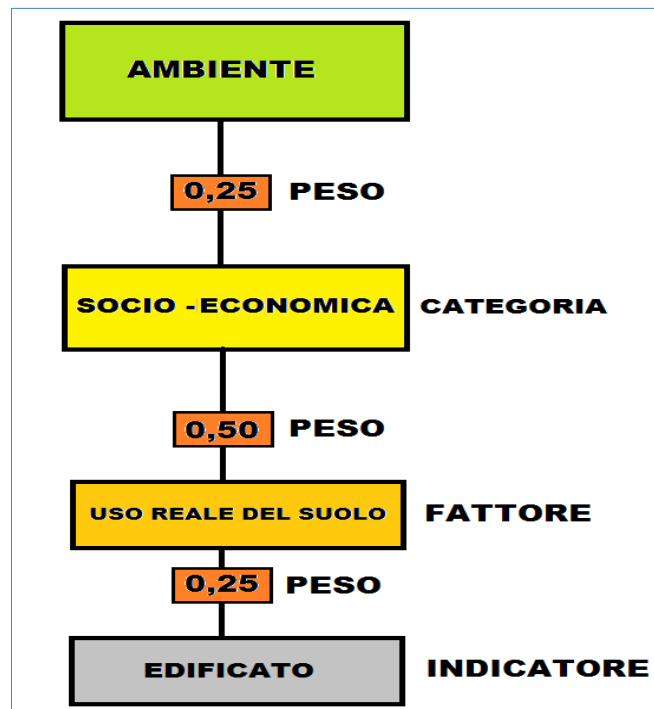


Fig. 1 – Albero delle componenti ambientali.

Si riporta, di seguito, un esempio di matrice di confronto, di ordine $n = 4$, operato per l'Indicatore **Edificato** (Nuclei residenziali), del Fattore qualitativo ambientale: **Uso reale del suolo**; aventi, rispettivamente, pesi **0,25** e **0,50**, che rende un $\text{VAI}_{(x)} = 0,0436$.

n	4	FATTORE QUALITATIVO AMBIENTALE: USO REALE DEL SUOLO $Q_i = 0,50$										Ordine Matrice	Consistenza casuale
MATRICE DEI CONFRONTI A COPPIE: INDICATORE EDIFICATO												2	0
Importanza relativa 1	1	2/5	1/3	1/5	0,4041	0,0825	0,1634	x	0,25	0,0409	3	0,58	
Importanza relativa 2	2 1/2	1	2/3	1/3	0,8633	0,1762	0,3489	x		0,0872	4	0,9	
Importanza relativa 3	3	1 1/2	1	2/5	1,1583	0,2364	0,4681	x		0,1170	5	1,12	
Importanza relativa 4	5	3	2 1/2	1	2,4746	0,5050	1,0000	x		0,2500	6	1,24	
T_i	11,5000	5,9000	4,5000	1,9333	4,9003	S	Indice di consistenza = 0,0095				7	1,32	
Y_i	0,9488	1,0396	1,0638	0,9763	0,9285	λ_{max}	Rapporto di consistenza = 0,0100		M. Consistente		8	1,38	
a_{ij}	Sensibilità relativa elem. i-esimo		Scala Importanze Relative		Magnitudo Semantica		USO REALE DEL SUOLO			Importanze Relative		Uso reale del suolo dell'U.T.	
$T_i = \sum a_{ij}$	Sommatore pesi relativi		1		Importanza Ininfluente					Incidenza Percentuali [%]		8,250	
$n = 4$	Ordine Matrice quadrata		2		Importanza Moderata		2,5		17,620		Nuclei residenziali		
$X_i = (a_{i1} - a_{i2} - \dots - a_{in})^{1/n}$	Medie Geometriche elementi		3		Importanza Forte		3		23,640		Centri con servizi/Edificato produttivo		
$S = \sum X_i$	Somma Medie geometriche		4		Importanza Dimostrata		5		50,500		Centri Urbani/Servizi territoriali		
$Y_i = (X_i/S) \cdot T_i$	Determinante di λ		5		Importanza Forte		\sum Incidenza Percentuali = 100		VAI = $P'_{Ni} \cdot Q_i = 0,0436$		Valore Ambientale Iniziale		
$\lambda_{max} = \sum Y_i$	Autovalore λ_{max}						Q _i = 0,50				Valore della Funzione Qualità		
$P_i = X_i/\sum X_i$	Vettore Pesi livelli sensibilità												
$W_i = \text{Peso dell'Indicatore Edificato}$	0,50												
$P'_{Ni} = P_i/\text{MAX}(P_i, P_j)$	Peso i-esimo normalizzato												
$P''_{Ni} = P'_{Ni} \cdot W_i$	Peso i-esimo finale aggregato												

BIBLIOGRAFIA

- [1] Thomas L. Saaty (1988): " *Multicriteria decision making - the analytic hierarchy process*". Planning, priority setting, resource allocation , RWS Publishing, Pittsburgh.
- [2] B. Galletta, A. A. Gandolfo, U. Iannazzi, G. Pieri Buti (1992): " *Un metodo per la valutazione di impatto ambientale – La strada difficile*", Ed. Tipografia del Genio Civile, Roma.
- [3] L. Fusco Girard, P. Nijkamp (2000): " *Le valutazioni per lo sviluppo sostenibile della città e del territorio*", Ed. Franco Angeli, Milano.